ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

--------------------🙞📖🙜--------------------

ĐẶNG VĂN THẮNG

NGUYÊN LÝ SO SÁNH ĐỐI VỚI TOÁN TỬ MONGE-AMPÈRE PHỨC TRONG CÁC LỚP CEGRELL

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN – 2017

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

--------------------🕮--------------------

ĐẶNG VĂN THẮNG

NGUYÊN LÝ SO SÁNH ĐỐI VỚI TOÁN TỬ MONGE-AMPERE PHỨC TRONG CÁC LỚP CEGRELL

Chuyên ngành: Toán giải tích
Mã số: 60.46.01.02

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học:
PGS.TS. Phạm Hiến Bằng

THÁI NGUYÊN - 2017

LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan đây là công trình nghiên cứu của riêng tôi. Các tài liệu trong luận văn là trung thực. Luận văn chưa từng được công bố trong bất cứ công trình nào.

Tác giả

Đặng Văn Thắng

LỜI CẢM ƠN

Bản luận văn được hoàn thành tại Trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên dưới sự hướng dẫn của PGS.TS. Phạm Hiến Bằng. Nhân dịp này tôi xin cám ơn Thầy về sự hướng dẫn hiệu quả cùng những kinh nghiệm trong quá trình học tập, nghiên cứu và hoàn thành luận văn.

Xin chân thành cảm ơn Phòng Đào tạo- Bộ phận Sau Đại học, Ban chủ nhiệm Khoa Toán, các thầy cô giáo Trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên, Viện Toán học và Trường Đại học Sư phạm Hà Nội đã giảng dạy và tạo điều kiện thuận lợi cho tôi trong quá trình học tập và nghiên cứu khoa học.

Xin chân thành cảm ơn Trường THPT Lương Tài 2 – Bắc Ninh cùng các đồng nghiệp đã tạo điều kiện giúp đỡ tôi về mọi mặt trong quá trình học tập và hoàn thành bản luận văn này.

Bản luận văn chắc chắn sẽ không tránh khỏi những khiếm khuyết vì vậy rất mong nhận được sự đóng góp ý kiến của các thầy cô giáo và các bạn học viên để luận văn này được hoàn chỉnh hơn.

Cuối cùng xin cảm ơn gia đình và bạn bè đã động viên, khích lệ tôi trong thời gian học tập, nghiên cứu và hoàn thành luận văn.

Tháng 06 năm 2017

Tác giả

Đặng Văn Thắng

MỤC LỤC

LỜI CAM ĐOAN	i
LỜI CẢM ƠN	ii
MỤC LỤC	iii
MỞ ĐẦU	1
1. Lý do chọn đề tài	1
2. Mục đích và nhiệm vụ nghiên cứu	1
3. Phương pháp nghiên cứu	2
4. Bố cục luận văn	2
Chương 1. CÁC KIẾN THỨC CHUẨN BỊ	3
1.1. Hàm đa điều hòa dưới	3
1.2. Hàm cực trị tương đối	6
1.3. Toán tử Monge-Ampère phức	9
1.4. Nguyên lý so sánh Bedford-Taylor	12
Chương 2. NGUYÊN LÝ SO SÁNH ĐỐI VỚI TOÁN TỬ MONGE-AMPERE TRONG CÁC LỚP CEGRELL	17
2.1. Các lớp Cegrell	17
2.2. Sự hội tụ theo dung lượng	17
2.3. Một vài định lý hội tụ	20
2.4. Một vài tính chất của các lớp Cegrell và ứng dụng	28
KẾT LUẬN	41
TÀI LIỆU THAM KHẢO	42

MỞ ĐẦU

1. Lý do chọn đề tài

Toán tử Monge-Ampere phức $(dd^c.)^n$ đối với lớp hàm đa điều hòa dưới bị chặn địa phương, một khái niệm đóng vai trò quan trọng trung tâm trong lý thuyết đa thế vị đã được E. Berfod và B.A. Taylor [4] đã xây dựng từ Năm 1982. Đồng thời các tác giả đã thiết lập và sử dụng nguyên lý so sánh để nghiên cứu các bài toán Dirichlet đối với toán tử Monge - Ampere phức trong $PSH \cap L^\infty_{loc}(\Omega)$. Bài toán mở rộng miền xác định của toán tử Monge-Ampere đã nhận được sự quan tâm nghiên cứu của nhiều tác giả. Năm 1998, Cegrell [5] đã định nghĩa các lớp năng lượng $\mathcal{E}_0, \mathcal{F}_p, \mathcal{E}_p$ trên đó toán tử Monge-Ampere phức hoàn toàn xác định. Năm 2004, Cegrell [6] đã định nghĩa các lớp $\mathcal{E}, \mathcal{F}$ và chỉ ra rằng lớp $\mathcal{E}$ là lớp hàm định nghĩa tự nhiên của toán tử Monge-Ampere phức $(dd^c.)^n$. Đó là lớp hàm lớn nhất trên đó toán tử Monge – Ampère xác định, liên tục dưới dãy giảm các hàm đa điều hòa dưới. Các lớp này còn được gọi là các lớp Cegrell. Nghiên cứu các lớp này dẫn đến nhiều kết quả như nguyên lý so sánh, giải bài toán Dirichlet [7], sự hội tụ theo dung lượng…

Theo hướng nghiên cứu này chúng tôi chọn đề tài: "*Nguyên lý so sánh đối với toán tử Monge-Ampere phức trong các lớp Cegrell* ".

2. Mục đích và nhiệm vụ nghiên cứu

2.1. Mục đích nghiên cứu

Mục đích của luận văn là nghiên cứu và trình bày lại các kết quả của N.V. Khue và P.H. Hiep ([14]) về Nguyên lý so sánh đối với toán tử Monge-Ampere phức trong các lớp Cegrell.

2.2. Nhiệm vụ nghiên cứu

Nghiên cứu một số kiến thức cơ sở trong lý thuyết đa thế vị, nguyên lí so sánh trong các lớp Cegrell và một vài áp dụng.

3. Phương pháp nghiên cứu

Sử dụng phương pháp của lý thuyết đa thế vị phức.

4. Bố cục của luận văn

Nội dung luận văn gồm 43 trang, trong đó có phần mở đầu, hai chương nội dung, phần kết luận và danh mục tài liệu tham khảo. Các kiến thức cơ sở và các kết quả trong chương 1 được trích dẫn và tham khảo trong tài liệu [1].

Chương 1: Trình bày tổng quan và hệ thống các kết quả về một số tính chất của hàm đa điều hoà dưới, hàm cực trị tương đối, toán tử Monge-Ampère, nguyên lý so sánh Bedford-Taylor.

Chương 2: Là nội dung chính của luận văn. Kết quả chính của chương là Định lý 2.4.2 và một vài nguyên lý so sánh kiểu Xing. Trong mục 2.1, chúng tôi nhắc lại một số lớp Cegrell. Trong mục 2.2, nhắc lại khái niệm dung lương và sự hội tụ theo dung lượng. Mục 2.3, trình bày các nghiên cứu về sự hội tụ của dãy các hàm đa điều hòa dưới theo C_n - dung lượng. Mệnh đề 2.3.3 là kết quả tương tự nguyên lý so sánh của Xing ([7]). Trong Định lý 2.3.5, chúng tôi trình bày điều kiện đủ đối với sự hội tụ theo C_n - dung lượng của dãy các hàm đa điều hòa dưới trong lớp F . Áp dụng Định lý 2.3.5, ta có các kết quả về sự hội tụ của các hàm Green đa cực và tiêu chuẩn đối với tính đa cực. Mục 2.4 tập trung vào các Định lý 2.4.2 và 2.4.9. Áp dụng Định lý 2.4.2, ta có một vài kết quả về các lớp Cegrell. Trong Định lý 2.4.4, trình bày ước lượng địa phương đối với độ đo Monge – Ampere theo nghĩa dung lượng tương đối Bedford-Taylor. Trong phần áp dụng, trong Định lý 2.4.5 đã chỉ ra kết quả phân rã các độ đo Monge – Ampere, tương tự Định lý 6.1 ([5]). Cuối cùng từ Mệnh đề 2.3.3 và Định lý 2.4.2, ta có nguyên lý so sánh kiểu Xing đối với lớp F và E.

Cuối cùng là phần kết luận trình bày tóm tắt kết quả đạt được.

Chương 1

CÁC KIẾN THỨC CHUẨN BỊ

1.1. Hàm đa điều hoà dưới

Định nghĩa 1.1.1. *Cho* Ω *là một tập con mở của* $\mathbb{C}^n$ *và* $u:\Omega\to[-\infty,\infty)$ *là một hàm nửa liên tục trên và không trùng với* $-\infty$ *trên bất kỳ thành phần liên thông nào của* Ω. *Hàm* u *được gọi là đa điều hoà dưới nếu với mỗi* $a\in\Omega$ *và* $b\in\mathbb{C}^n$, *hàm* $\lambda\mapsto u(a+\lambda b)$ *là điều hoà dưới hoặc trùng* $-\infty$ *trên mỗi thành phần của tập hợp* $\{\lambda\in\mathbb{C}: a+\lambda b\in\Omega\}$.

Kí hiệu $PSH(\Omega)$ *là lớp tất cả các hàm đa điều hoà dưới trong* Ω.

Sau đây là một vài tính chất của hàm đa điều hoà dưới:

Mệnh đề 1.1.2. *Nếu* $u,v\in PSH(\Omega)$ *và* $u=v$ *hầu khắp nơi trong* Ω, *thì* $u\equiv v$.

Mệnh đề 1.1.3. *Hàm đa điều hoà dưới thoả mãn nguyên lý cực trị trong miền bị chặn, tức là nếu* Ω *là một tập con mở liên thông bị chặn của* $\mathbb{C}^n$ *và* $u\in PSH(\Omega)$, *thì hoặc* u *là hằng hoặc với mỗi* $z\in\Omega$,

$$u(z)<\sup_{w\in\partial\Omega}\limsup_{\substack{y\to w\\ y\in\Omega}}u(y).$$

Định lý 1.1.4. *Cho* Ω *là một tập con mở trong* $\mathbb{C}^n$. *Khi đó*

i) Họ $PSH(\Omega)$ *là nón lồi, tức là nếu* α,β *là các số không âm và* $u,v\in PSH(\Omega)$, *thì* $\alpha u+\beta v\in PSH(\Omega)$.

ii) Nếu Ω *là liên thông và* $\{u_j\}_{j\in\infty} \subset PSH(\Omega)$ *là dãy giảm, thì* $u = \lim\limits_{j\to\infty} u_j \in PSH(\Omega)$ *hoặc* $u \equiv -\infty$.

iii) Nếu $u : \Omega \to \mathbb{R}$ *, và nếu* $\{u_j\}_{j\in\infty} \subset PSH(\Omega)$ *hội tụ đều tới* u *trên các tập con compact của* Ω*, thì* $u \in PSH(\Omega)$.

iv) Giả sử $\{u_\alpha\}_{\alpha\in A} \subset PSH(\Omega)$ *sao cho bao trên của nó* $u = \sup\limits_{\alpha\in A} u_\alpha$ *là bị chặn trên địa phương. Khi đó hàm chính qui nửa liên tục trên* u^* *là đa điều hoà dưới trong* Ω.

Mệnh đề 1.1.5. *Giả sử* $\Omega \subset \mathbb{C}^n$ *là tập mở,* $\omega \subset \Omega$ *là tập con mở thực sự, khác rỗng của* Ω*. Giả sử* $u \in PSH(\Omega)$, $v \in PSH(\omega)$ *và* $\limsup_{x\to y} v(x) \le v(y)$ *với mọi* $y \in \partial\omega \cap \Omega$*. Khi đó*

$$w = \begin{cases} \max\{u,v\} & \text{trong } \omega \\ u & \text{trong } \Omega\setminus\omega \end{cases}$$

là hàm đa điều hoà dưới trên Ω.

Chứng minh. Rõ ràng w là nửa liên tục trên trên Ω. Chỉ cần chứng tỏ nếu $a \in \Omega$, $b \in \mathbb{C}^n$ sao cho $\{a+\lambda b, |\lambda| \le r\} \subset \Omega$ thì

$$w(a) \le \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} w(a + re^{i\theta}b)\,d\theta$$

Với $a \in \Omega$, $b \in \mathbb{C}^n$, chọn $r > 0$ đủ bé để

$$\{a+\lambda b, |\lambda| \le r\} \subset \omega$$

Khi đó